ҮЗЭГДЭЛ ТҮҮНИЙ МАГАДЛАЛ

СЭДВИЙН АГУУЛГА

- Үзэгдэл, түүний магадлал
- Магадлалын тодорхойлолтууд
- Бернуллийн томъёо

ҮЗЭГДЭЛ

Тодорхойлолт. Туршилтын үр дүнг үзэгдэл гэнэ. Туршилтаар явагдах эсэхийг нь урьдчилан хэлэх боломжгүй үзэгдлийг санамсаргүй үзэгдэл гэнэ.

Тодорхойлолт. Туршилтаар явагдаж болох бүх эгэл үзэгдлүүдийн олонлогийг эгэл үзэгдлийн огторгуй гээд $\Omega -$ аар тэмдэглэнэ.

Жишээ. Зоосыг 2 удаа хаях туршилт хийе.

Хоёр удаагийн хаялтын үр дүнд хоёуланд нь сүлдээрээ тусах эсэхийг сонирхвол энэ нь санамсаргүй үзэгдэл болно.

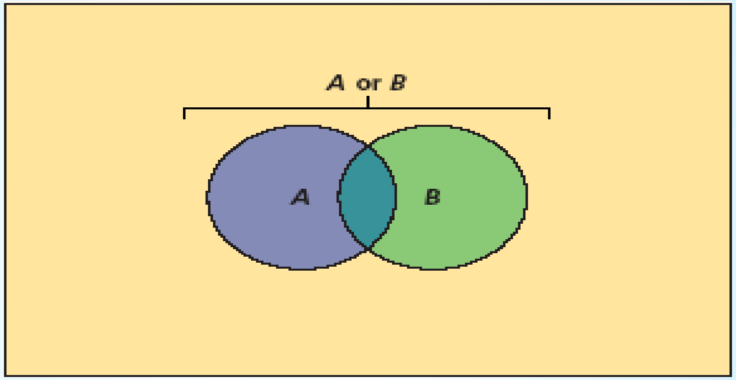
Харин зоосыг 2 удаа хаях туршилтын бүх боломжит эгэл үзэгдлүүдийг хэлж чадах юм. Үүнд : TT, TC, CC, CT *гэсэн 4 боломжит үр дүн гарна. Иймд зоосыг 2 удаа хаях туршилтын эгэл үзэгдлийн огторгуй нь:*

$$\Omega = \{TT, TC, CC, CT\}$$

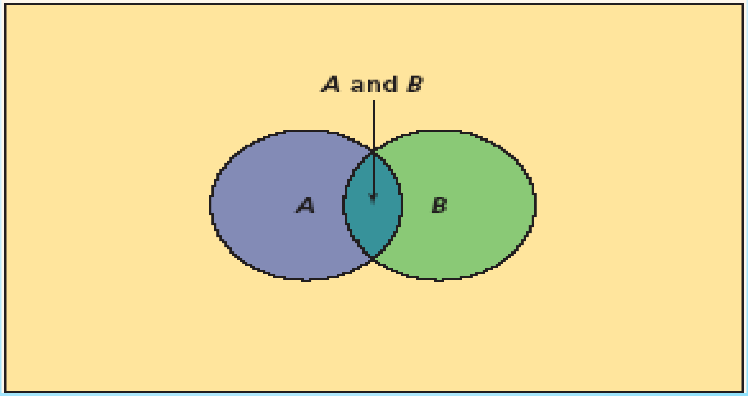
Тодорхойлолт. Туршилтаар заавал явагддаг үзэгдлийг гарцаагүй үзэгдэл гэнэ. Туршилтын үр дүнд огт явагдахгүй үзэгдлийг боломжгүй үзэгдэл гэнэ.

САНАМСАРГҮЙ ҮЗЭГДЭЛ ДЭЭР ХИЙХ ҮЙЛДЛҮҮД

1. *Үзэгдлүүдийн нийлбэр.* A, B үзэгдлүүдийн ядаж нэгд нь харъяалагдах үзэгдлүүдийн олонлогийг тэдгээрийн нийлбэр гээд $A \cup B, A$ эсвэл $B, A + B$ гэх мэтчилэн тэмдэглэнэ.

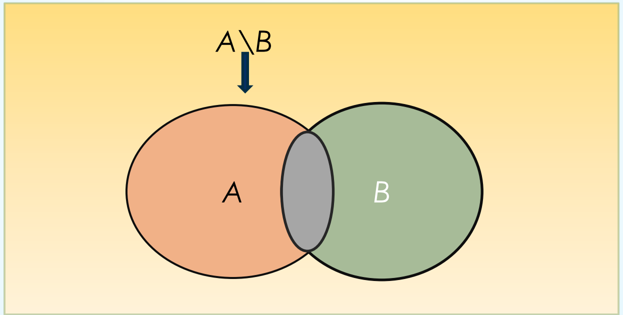


2. *Үзэгдлүүдийн үржвэр.* A, B үзэгдлүүдэд нэгэн зэрэг харъяалагдах үзэгдлүүдийн олонлогийг тэдгээрийн үржвэр гээд $A \cap B, A$ ба B, AB гэх мэтчилэн тэмдэглэнэ.



САНАМСАРГҮЙ ҮЗЭГДЭЛ ДЭЭР ХИЙХ ҮЙЛДЛҮҮД

3. Үзэгдлүүдийн ялгавар. A явагдаж B явагдахгүй үзэгдлийг A, B үзэгдлүүдийн ялгавар $A \backslash B$ гэж тэмдэглэнэ.



4. Эсрэг үзэгдэл. $A + \bar{A} = \Omega, A\bar{A} = \emptyset$ нөхцлийг хангах $\bar{A}$ үзэгдлийг A −ийн эсрэг үзэгдэл гэнэ.

Жишээ: Шоог нэг удаа хаяхад сондгой оноогоор унах үзэгдлийг А, тэгш оноогоор унах үзэгдлийг В гэж тэмдэглэвэл уг хоёр үзэгдэл эсрэг үзэгдлүүд болно.

Нийцтэй нийцгүй,

хамааралтай хамааралгүй үзэгдлүүд

Нийцгүй үзэгдэл. $AB = \emptyset$ нөхцлийг хангах A, B үзэгдлүүдийг нийцгүй үзэгдэл гэнэ.

Жишээ: Шоог нэг удаа хаяхад сондгой оноогоор унах үзэгдлийг A, $\{2, 4\}$ оноогоор унах үзэгдлийг B гэж тэмдэглэвэл уг хоёр үзэгдэл эсрэг үзэгдлүүд болно.

Хамааралгүй үзэгдэл. A ба B гэсэн хоёр үзэгдэл авъя. A үзэгдэл явагдсан, эс явагдсанаас үл хамааран B үзэгдлийн магадлал тогтмол байдаг бол энэ хоёр үзэгдлийг хамааралгүй үзэгдлүүд гэнэ.

Жишээ: Хайрцагт 2 цагаан 3 хар бөмбөг байв. Хайрцгаас буцаалтгүй түүврийн схемээр 2 бөмбөг авах туршилт хийв. Энэ тохиолдолд хамааралтай үзэгдлүүд, харин буцаалттай түүврийн схемээр авбал хамааралгүй үзэгдлүүд болно.

<u>САНАМСАРГҮЙ ҮЗЭГДЛИЙН МАГАДЛАЛ</u>

<u>Тодорхойлолт.</u> Хэрчим бүрт түүнй урт хэмээх сөрөг бус тоо, физик бие бүрт масс хэмээх сөрөг бус тоо харгалзуулдгийн адил магадлалын онолд санамсаргүй үзэгдэл бүрт түүний явагдах боломжийн хэр хэмжээг харуулсан сөрөг биш тоог харгалзуулдаг. Тухайн тоог уг үзэгдлийн магадлал гэнэ.

A үзэгдлийн магадлалыг $P(A)$ гэж тэмдэглэнэ.

<u>Магадлалын чанарууд:</u>

1. $0 \leq \mathrm{P(A)} \leq 1$
2. $\mathrm{P}(\Omega) = 1, \mathrm{P}(\emptyset) = 0$
3. A, B дурын үзэгдлүүдийн хувьд $\mathrm{P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)}$
4. A ба B үзэгдлүүд эсрэг үзэгдлүүд бол $\mathrm{P(A) + P(B) = 1}$
5. A нь B-ийн дэд олонлог бол $\mathrm{P(A) \leq P(B)}$ байхын зэрэгцээ $\mathrm{P(B \backslash A) = P(B) - P(A)}$ байна.

МАГАДЛАЛЫН СОНГОДОГ ТОДОРХОЙЛОЛТ

Тодорхойлолт. Эгэл үзэгдлийн огторгуй нь төгсгөлөг, эгэл үзэгдэл бүр илрэх боломж нь ижил үед $A \subset \Omega$ байх А үзэгдлийн магадлал нь түүний элементийн тоог нийт эгэл үзэгдлийн огторгуйн элементийн тоонд харьцуулсантай тэнцүү . Үүнийг магадлалын сонгодог тодорхойлолт гэнэ.

Эгэл үзэгдлийн огторгуй Ω нь n ширхэг элементтэй, бидний сонирхож буй үзэгдэл A нь k элементтэй гэвэл $P(A) = \frac{k}{n}$ байна.

Жишээ. Зоосыг 2 удаа хаяхад ядаж нэг удаа сүлдээрээ буух үзэгдлийн магадлалыг тодорхойл.

Бодолт:

Эгэл үзэгдлийн огторгуй нь:

$$\Omega = \{TT, TC, CC, CT\}$$

Ядаж нэг удаад нь сүлдээрээ буух үзэгдлийг A гэвэл

$$\mathrm{A} = \{, TC, CC, CT\} \quad \text{байна.}$$

Иймд A үзэгдлийн магадлал нь $P(A) = \frac{3}{4}$ болно.

МАГАДЛАЛЫН ГЕОМЕТР ТОДОРХОЙЛОЛТ

Тодорхойлолт. Эгэл үзэгдлийн огторгуй Ω нь геометрийн хэмжигдэх дүрс, A санамсаргүй үзэгдлийг уг дүрсийн тодорхой хэмжигдэх хэсэг гэвэл А үзэгдлийн магадлал нь түүнийг илэрхийлэх дүрсийн хэмжээг эгэл үзэгдлийн огторгуйг тодорхойлох дүрсийн хэмжээнд харьцуулсантай тэнцүү . Үүнийг магадлалын геометр тодорхойлолт гэнэ.

Эгэл үзэгдлийн огторгуй Ω −г илэрхийлэх дүрсийн хэмжээ нь $\mu(\Omega)$, бидний сонирхож буй үзэгдэл A −г илэрхийлэх дүрсийн хэмжээ нь $\mu(A)$ гэвэл

$$P(A)=\frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} \qquad \textit{байна.}$$

Жишээ. Хавтгай дээр тодорхой талбайтай G дүрс, түүний дотор өөр нэг g дүрс авъя. G дүрс рүү таамгаар цэг шидэхэд тэрбээр ямар магадлалтайгаар g дүрсэд тусах вэ?

Бодолт:

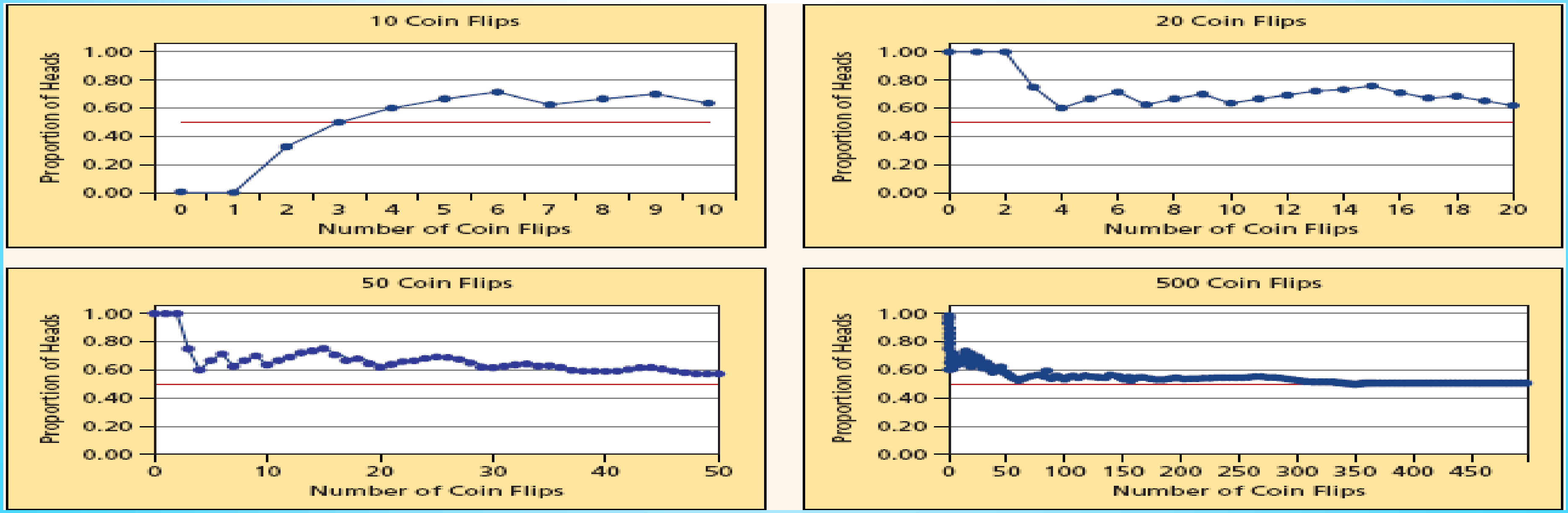
g дүрсэд цэг унах үзэгдлийг A гэвэл түүний магадлал нь:

$$P(A)=\frac{g \text{ дүрсийн талбай}}{G \text{ дүрсийн талбай}}$$

МАГАДЛАЛЫН СТАТИСТИК ТОДОРХОЙЛОЛТ

Тодорхойлолт. n удаагийн туршилтын үр дүнд А үзэгдэл m удаа явагдсан гэвэл $\frac{m}{n}$ нь А үзэгдэл явагдах харьцангуй давтамж болно. Олон удаагийн туршилтын үр дүнд $\frac{m}{n}$ харьцангуй давтамж нь тодорхой нэг сөрөг бус тооны орчимд хэлбэлзэнэ. Уг сөрөг биш тоог А үзэгдлийн магадлал болгон сонгон авахыг магадлалын статистик тодорхойлолт гэнэ.

Жишээ. Зоосыг 10, 20, 50 болон 500 удаа шидэх туршилтуудыг хийхэд дараах үр дүн гарав.



ГИПЕРГЕОМЕТР МАГАДЛАЛ

Тодорхойлолт. ***N*** элементтэй олонлогийн ***K*** ширхэг нь тодорхой нэг чанартай бол уг олонлогоос $\boldsymbol{n}$ ширхэг элемент авахад $\boldsymbol{k}$ ширхэг нь уг тодорхой чанарыг агуулсан элемент байх үзэгдлийн магадлалыг

$$P_{N,K,n,k} = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n}$$

гэж олно. Үүнийг гипергеометр магадлалын томъёо гэнэ.

Жишээ. 10 бүтээгдэхүүний 4 нь гологдол бүтээгдэхүүн бол 5 бүтээгдэхүүн авахад 2 нь гологдол бүтээгдэхүүн байх үзэгдлийн магадлалыг ол.

Бодолт:

$N = 10, K = 4, n = 5, k = 2$ болох тул дээрх үзэгдлийн магадлал нь

$$P_{10,4,5,2} = \frac{C_4^2 \cdot C_6^3}{C_{10}^5} = \frac{10}{21}$$

болно.

Бернуллын схем

Хамааралгүй туршилтуудын дараалал

Туршилтын дүнл А ба $\bar{A}$ үзэгдлүүдийн зөвхөн нэг нь явагддаг гэе. Туршилт бүрд А үзэгдэл тогтмол p гэсэн тогтмол магадлалтай илэрдэг байг. Өөрөөр хэлбэл $p(A) = p,\ p(\bar{A}) = 1 - p,\ 1 - p = q$ гэж тэмдэглэвэл $p(\bar{A}) = q$ болно. Энэ нөхцөлд n удаа туршилт явуулахад k удаа А үзэгдэл явагдах магадлалыг олъё. Туршилтын үр дүнд А үзэгдэл илэрвэл туршилт амжилттай боллоо гэж ярих ба харин p магадлалыг амжилтын магадлал гэж нэрлэх тохиолдол байдаг. Сонирхож байгаа үзэгдлийг $A_{n,k}$ түүний магадлалыг $p_n(k)$, i-р туршилтанд А үзэгдэл явагдах үзэгдлийг A_i-ээр тус, тус тэмдэглэвэл $(i = \overline{1,n})$ туршилтын дүнд эхний k удаа А үзэгдэл, үлдсэн туршилтанд $\bar{A}$ үзэгдэл явагдсан зөвхөн нэг тохиолдлыг $A_1A_2 \ldots .A_k\bar{A}_{k+1} \ldots .\bar{A}_n$ гэж тэмдэглэнэ. Тэмдэглэгээ ёсоор

$$A_{n,k} = \underbrace{A_1A_2 \ldots .A_k\bar{A}_{k+1} \ldots .\bar{A}_n + \cdots + \bar{A}_1\bar{A}_2 \ldots .\bar{A}_{n-k}A_{n-k+1} \ldots .A_n}_{C_n^k} \text{ болно.}$$

Дээрх нийлбэрийн гишүүн бүр нь ижил магадлалтай бөгөөд хамааралгүй үзэгдлүүдийн үржвэрүүд гэж ойлговол хамааралгүй үзэгдлүүдийн үржвэрийн магадлалыг олох дүрэм ёсоор зөвхөн нэг гишүүний магадлалыг, тухайлбал эхний гишүүний магадлалыг

$$p(A_1 A_2 \dots A_k \bar{A}_{k+1} \dots \bar{A}_n) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdots p(A_k) \cdot p(\bar{A}_{k+1}) \cdots p(\bar{A}_n) = p^k \cdot q^{n-k}$$

гэж олж болно. Иймд $A_{n,k}$ үзэгдэл нийт C_n^k ширхэг нийцгүй үзэгдлийн нийлбэрээс тогтох тул

$$p_n(k) = p^k \cdot q^{n-k} + \cdots + p^k \cdot q^{n-k} = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

болно. Энэ томъёог гаргасан аргыг Бернуллийн схем гэнэ.

Уг томъёог Бернуллийн томъёо гэнэ.

БЕРНУЛЛИЙН ТОМЪЁО

Тодорхойлолт. Туршилтын үр дүнд A болон түүний эсрэг үзэгдэл $\bar{A}$-үүдийн аль нэг нь илэрдэг бөгөөд A үзэгдлийн илрэх магадлал p, $\bar{A}$ үзэгдлийн илрэх магадлал $q = 1 - p$ болох нь мэдэгдэж байгаа бол туршилтыг n удаа давтан хийхэд түүний k удаад нь A үзэгдэл явагдсан байх магадлалыг

$$p_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

гэж тодорхойлно. Үүнийг Бернуллийн томъёо гэнэ.

Жишээ. Зоосыг 6 удаа хаяхад 4 удаад нь сүлдээрээ тусах үзэгдлийн магадлалыг ол.

Бодолт:

$n = 6, k = 4, p = 0.5, q = 0.5$ тул дээрх үзэгдлийн магадлал нь

$$p_6(4) = C_6^4 \cdot (0{,}5)^4 \cdot (0{,}5)^2 = \frac{5}{32}$$

болно.

Анхаарал хандуулсанд баярлалаа.